Polo del Conocimiento

Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3
Marzo 2021, pp. 2261-2278
ISSN: 2550 - 682X
DOI: 10.23857/pc.v6i3.2505

# *Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría*

## *Van Hiele model and its use for teaching geometry*

## *Modelo Van Hiele e seu uso para o ensino de geometria*

Xiomara Yolanda Falconí-Procel [I]
xiomarafalconi27@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-4826-9741

**Correspondencia:** xiomarafalconi27@gmail.com

Ciencias de la educación
Artículo de revisión

*Recibido:** 30 de enero de 2021 ***Aceptado:** 17 de febrero de 2021 *** Publicado:** 20 de marzo de 2021

I. Licenciada en Ciencias de la Educacion Mencion Informatica, Tecnico Superior en Contabilidad Bancaria, Maestrante en Pedagogía Mención Docencia e Innovación Educativa, Universidad Católica de Cuenca, Cuenca, Ecuador.

## Resumen

La geometría es una asignatura de mucho interés para la humanidad, esto se debe a su relación directa o indirecta con actividades para el esparcimiento, la sociedad y el progreso, a pesar de ello, el estudiante con frecuencia no puede desempeñar un papel activo al momento de desarrollar su conocimiento en la asignatura, con base en este contexto se planteó como objetivo de la investigación analizar el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, modelo que diseña una forma de análisis de los niveles de razonamiento geométrico del estudiante, la investigación es de tipo bibliográfica, se buscó dar respuesta a las preguntas de investigación propuestas con base en las publicaciones científicas revisadas de los cinco últimos años, las bases de datos revisadas fueron: Scielo, Redalyc, Taylor & Francis, Sciencedirect, Scopus, entre otras; la bibliografía consultada permitió aclarar la importancia de la geometría para el ser humano y para la sociedad, además se analiza las dificultades que se presentan al momento de enseñar geometría, se encuadra el Modelo de Van Hiele, se explica su evolución del razonamiento geométrico y sus cinco niveles, este modelo facilita el reconocimiento de las formas de razonamiento, el docente debe hacer una evaluación previa al alumno.


**Palabras clave:** Geometría; razonamiento; pedagogía; ciencias cognitivas; pensamiento geométrico.


## Abstract

Geometry is a subject of great interest to humanity, this is due to its direct or indirect relationship with activities for recreation, society and progress, despite this, the student often cannot play an active role at the time to develop their knowledge in the subject, based on this context, the objective of the research was to analyze the Van Hiele geometric reasoning model, a model that proposes a form of analysis of the student's levels of geometric reasoning, the research is of bibliographic type, it was sought to answer the proposed research questions based on the reviewed scientific publications of the last five years, the databases reviewed were: Scielo, Redalyc, Taylor & Francis, Sciencedirect, Scopus, among others; The bibliography consulted allowed to clarify the importance of geometry for the human being and for society, in addition, the difficulties that arise when teaching geometry are analyzed, the Van Hiele Model is introduced, its evolution of

geometric reasoning and its Five levels, this model facilitates the recognition of the forms of reasoning, the teacher must make a preliminary evaluation of the student.
**Keywords:** Geometry; reasoning; pedagogy; cognitive science; geometric thinking.

## Resumo

A geometria é uma disciplina de grande interesse para a humanidade, isto se deve à sua relação direta ou indireta com atividades de recreação, sociedade e progresso, apesar disso, o aluno muitas vezes não consegue desempenhar um papel ativo no momento. com base neste contexto, o objetivo da pesquisa foi analisar o modelo de raciocínio geométrico de Van Hiele, um modelo que projeta uma forma de análise dos níveis de raciocínio geométrico do aluno, a pesquisa é do tipo bibliográfico, buscou-se responder à proposta questões de pesquisa baseadas nas publicações científicas revisadas dos últimos cinco anos, as bases de dados revisadas foram: Scielo, Redalyc, Taylor & Francis, Sciencedirect, Scopus, entre outras; A bibliografia consultada permitiu esclarecer a importância da geometria para o ser humano e para a sociedade, além disso, as dificuldades que surgem ao se analisar o ensino da geometria, o modelo de Van Hiele é enquadrado, sua evolução do raciocínio geométrico e seus cinco níveis, este modelo facilita o reconhecimento das formas de raciocínio, o professor deve fazer uma avaliação preliminar do aluno.
**Palavras-chave:** Geometria; raciocínio; pedagogia; ciências cognitivas; pensamento geométrico.

## Introducción

En matemáticas existe un tema de mucho interés como es la geometría, la cual es importante para el desarrollo humano, esta posee relación directa o indirecta con acciones que se efectúan para el esparcimiento, la sociedad y el progreso, sin embargo, por presentar al estudiante un producto ya consumado, no le permite al estudiante tomar un papel activo al momento de desarrollar su conocimiento en la asignatura.

Todo el entorno que nos rodea está constituido de figuras geométricas, por lo que su comprensión es de interés para orientarse en el espacio, reconocer y relacionar formas, trayectos y líneas, la geometría se hace presente en diferentes ámbitos, entre estos la agricultura, industria, deportes, arquitectura, el arte, entre otras; de ahí la importancia de su estudio.

Siempre ha existido preocupación por el sector educativo para hacer más didáctica la enseñanza de la geometría, así fue como en la década de 1950 la pareja de esposos Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, tuvieron la inquietud del porqué sus estudiantes no entendían las explicaciones de geometría que se les daba, por lo que recurrieron a la investigación para analizar el pensamiento geométrico, su desarrollo y su respaldo para mejorar el grado de razonamiento.

De acuerdo con el Modelo de Van Hiele, la geometría se aprende pasando por diferentes escalas de pensamiento y conocimiento, las cuales no se asocian con la edad del individuo, y que si no se pasa el nivel previo no es posible pasar al subsiguiente. El modelo de Van Hiele involucra el desarrollo y representación del raciocinio geométrico y la sugerencia pedagógica para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría (Chavarria, 2020).

Para servir de guía con más facilidad y buen razonamiento a los alumnos, el docente de matemáticas debe tener un amplio conocimiento en el área, por lo que debe contemplarse la importancia de esta disciplina en el contexto actual. ¿Qué conocimiento mínimo deberá tener el estudiante al momento de finalizar cada nivel? ¿Qué dificultades tienen el docente y el estudiante al momento del proceso enseñanza-aprendizaje?

Con base en este contexto se plantea como objetivo analizar el tipo de razonamiento geométrico de Van Hiele, modelo que plantea una forma de análisis de los niveles de razonamiento geométrico del estudiante.

La investigación realizada es de tipo bibliográfico, se recurrió a la revisión de investigaciones concernientes a la disciplina de la geometría y el modelo de Van Hiele, de esta manera se buscó responder a las interrogantes planteadas por la investigación; los artículos científicos revisados corresponden a los últimos cinco años y proceden de diferentes bases de datos, entre estas: Scielo, Redalyc, Taylor & Francis, Sciencedirect, Scopus, entre otras.

## El modelo de Van Hiele

(Fouz, Fernando; de Donosti, 2005), a partir de algunas ideas anteriores al modelo y referidas a los estudiantes, basadas en la experiencia del trabajo de Van Hiele, señala lo siguiente:

El conocimiento de la geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y entendimiento, que no van relacionados a la edad y que solo alcanzado un grado se puede pasar al siguiente. Tenemos la posibilidad de señalar entre otras que, en la base del aprendizaje de la



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

geometría, hay 2 recursos relevantes el lenguaje usado y la importancia de los contenidos. Lo primero involucra que los niveles, y su compra, van bastante juntos a la influencia del lenguaje conveniente y, lo segundo, que solo van a asimilar eso que les es presentado a grado de su argumento, si no es de esta forma, se debería aguardar a que lo alcancen para enseñarles un material matemático.

**Trascendencia de la educación en cuanto a la Geometría**

(Marín & Lupiáñez, 2005) National Council of Teachers of Mathematics menciona la geometría como la materia por medio de la cual el alumno estudia las maneras y construcciones geométricas, y aprende a examinar sus propiedades e interrelaciones, a la vez muestra la visualización espacial como un aspecto fundamental del pensamiento geométrico.

Sea cual sea el rango de escolaridad en el cual esté una persona que estudia matemáticas, una de las cuestiones forzadas es: ¿Cuál debería ser el nivel de entendimiento que este sujeto debería tener una vez que culmine este nivel? Además, nos preguntamos sobre el tipo de entendimiento matemático que una persona debería tener según con las exigencias de todo el mundo nuevo y sus expectativas propias (Vargas & Araya, 2013).

(Charris, 2003) señala que van Hiele se enmarca en la concepción constructivista del aprendizaje, conviene analizar la interacción de esa concepción con ambas monumentales corrientes sobre la naturaleza del entendimiento humano, a saber, el racionalismo y el empirismo. La aplicación del modelo a una materia especial requiere el establecimiento de una secuencia de descriptores para todos los niveles estudiados, que faciliten la detección de los mismos desde la actividad de los aprendices. (Blanco Nieto & Barrantes López, 2003) confirma que la educación de la geometría se centra, en la actualidad, en la memorización de conceptos y su ejecución, sin que el alumno logre llegar a una conceptualización más allá de lo cual sus propias habilidades se lo permitan.

**Ideas de Van Hiele y la educación geométrica realista**

El estudio de Van Hiele se basó en datos recopilados a través de un experimento docente, una situación real de aula desarrollada en dos clases de primer año de secundaria (estudiantes de doce años) y tenía como objetivo investigar los aportes de la didáctica. intervención en la elaboración del pensamiento geométrico, la necesidad del razonamiento lógico en el aprendizaje inicial de la



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

geometría y el papel del lenguaje en la transición del pensamiento visual al lógico (Quimentão, Corio, & Carneiro, 2019).

**Importancia de la enseñanza de la Geometría**

Entre los conocimientos en general que la persona debería obtener para una enseñanza matemática de calidad, corresponde al análisis de la geometría una postura de enorme trascendencia. (Maiti & Bidinger, 1981) asegura que el análisis de la geometría ayuda a potenciar capacidades de procesamiento de la información recibida por medio de los sentidos y posibilita al alumno desarrollar, a la vez, algunas otras destrezas de tipo espacial que le permiten entender e influir el espacio donde vive.

El mismo creador apunta que la geometría además nos ayuda a conocer y entender el planeta en el cual habitamos al hacer representaciones que imitan nuestro alrededor y permitir, con aquello, el estudio de objetos geométricos. A la vez, ayuda a salvar las capacidades espaciales y específicas que en muchas situaciones se ven relegadas ante esas de corte lógico-abstracto.

Parte de la importancia de la geometría es que ayuda al individuo a desarrollar destrezas mentales de diversos tipos, como la intuición espacial, la integración de la visualización con la conceptualización, y la manipulación y experimentación con la deducción, pues por más sencilla que sea la situación geométrica enfrentada, esta le provee de grandes posibilidades de exploración, análisis y de formulación de conjeturas, independientemente del nivel en el que se encuentra (Vargas & Araya, 2013).

El modelo de Van Hiele ayuda a describir cómo, en el proceso de aprendizaje de la geometría, el saber geométrico de los alumnos avanza por una secuencia de niveles. Para dominar el grado en que está y de esta forma poder pasar al grado inmediato preeminente, el alumno debería consumar ciertos procesos de logro y aprendizaje (Araya, Gamboa & Vargas, 2013).

Al respecto, (Aravena Díaz & Caamaño Espinoza, 2013) manifiestan a detalle todos estos niveles:

- ***Grado 1.***

**Reconocimiento:** Es el grado más elemental de argumento, los alumnos perciben las figuras geométricas en su integridad, logrando integrar atributos irrelevantes en las descripciones que realizan.



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

- ***Grado 2.***

**Estudio:** Es en este grado donde se muestra por primera ocasión un tipo de argumento, que podría llamarse matemático. Los alumnos son capaces de hallar y generalizar características, desde la observación y la manipulación.

- ***Grado 3.***

**Categorización:** En este grado los alumnos tienen la posibilidad de comprender que unas características tienen la posibilidad de deducirse de otras y adquieren la capacidad de conectar lógicamente distintas características de la misma o de diferentes figuras.

- ***Grado 4.***

**Deducción formal:** El alumno consigue la función de argumento lógico matemático y una perspectiva globalizadora del área que se encuentre estudiando.

**Fase o etapas según el modelo de Van Hiele**

***Las 5 etapas de aprendizaje son las siguientes:***

La geometría ya sea vista como una ciencia que moldea nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un grupo de teorías estrechamente vinculadas, cambia y se transforma permanentemente y no se puede detectar sólo con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas (Castiblanco, Paiba, Ana, Celia; Urquina, Llanos; Camargo, Uribe, 2004). En cuanto a la estructura del modelo de Van Hiele, (Jaime, 1998) detalla 5 etapas que le competen al maestro de la siguiente forma:

1. ***Etapa 1. Indagación***

El maestro sostiene una conversación con los estudiantes sobre los objetos de la materia que se va a aprender, lo cual le posibilita conocer las interpretaciones que los estudiantes le proporcionan a los vocablos. En esta etapa se elabora el lote conceptual para el análisis subsiguiente.

2. ***Etapa 2. Orientación dirigida***

El instructor organiza en forma secuencial las ocupaciones de investigación de los estudiantes, mediante las cuales dichos tienen la posibilidad de tomar conciencia de las metas que se persiguen y se familiarizan con las construcciones propiedades. La mayor parte de las ocupaciones en esta etapa consisten en labores de un solo paso en las que se les exige a los estudiantes ofrecer respuestas específicas.

3. ***Etapa 3. Explicitación***

Los alumnos refinan el trabajo de su vocabulario, creando ahora sobre vivencias previas. La mediación del maestro en esta etapa debería restringirse a lo mínimo imprescindible y orientarse a facilitar la expresión explicita de las opiniones de los estudiantes con en relación a las construcciones intrínsecas del análisis. En esta etapa, los estudiantes comienzan a conformar el sistema de colaboraciones del análisis, desde el cual van a poder operar con efectividad en la solución de los inconvenientes. Es en esta etapa una vez que el dialogo socrático puede ser especialmente fértil.

4. ***Etapa 4. Orientación libre***

Los estudiantes hallan en esta etapa labores de diversos pasos, así como otras que tienen la posibilidad de llevarse a cabo por métodos diferentes. Esto les posibilita conseguir vivencia en el descubrimiento de su forma propia de solucionar las labores. Los estudiantes llegan a hacer explicitas muchas de las interacciones entre los objetos de análisis una vez que se les estimula a orientarse por sí mismos en el campo de indagación.

5. ***Etapa 5. Integración***

Los estudiantes revisan en esta etapa los procedimientos que poseen a su disposición y lanzan una mirada de grupo, con lo que se busca que unifiquen los objetos y las interrelaciones y que los asimilen internamente en un nuevo dominio de pensamiento. El apoyo del maestro en esta etapa se apoya en conceder a los estudiantes varias vistas panorámicas de eso que ellos ya conocen, teniendo cuidado de no presentarles ideas novedosas o discordantes.

**Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele**

La interpretación del modelo de Van Hiele se fabricó a través de 5 niveles, respecto de los que no hay singularidad en cuanto a su numeración: algunos autores se pronuncian acerca de los niveles del 0 al 4 y otros los enumeraran del 1 al 5. En consecuencia y con el objetivo de evitar ambigüedades, se tomó la segunda numeración. La siguiente descripción del modelo de Van Hiele se ha basado principalmente de los autores (Fouz, Fernando; de Donosti, 2005), y (Beltrametti, -Esquivel, & -Ferrari, 2005).



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

Los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele están organizados de la siguiente manera: (Haviger & Vojkůvková, 2015) nos señala algunas de las características más notorias de los niveles de razonamiento de Van Hiele:

| Niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele |
|---|
| ➢ **Nivel 1:** Reconocimiento o visualización |
| ➢ **Nivel 2:** Análisis |
| ➢ **Nivel 3:** Deducción informal u orden |
| ➢ **Nivel 4:** Deducción |
| ➢ **Nivel 5:** Rigor |

## Características de los niveles

**Los niveles poseen 5 propiedades relevantes:**

- ***Sucesión fija (orden)***

Un estudiante no puede estar en el grado N sin haber pasado por el grado (N - 1). Por consiguiente, el estudiante debería pasar por los niveles en orden.

- ***Proximidad***

En cada grado, lo cual era intrínseco en el grado anterior se vuelve extrínseco en el grado de hoy. Cada grado tiene sus propios símbolos lingüísticos y su propia red de interacciones que conectan aquellos símbolos. El sentido de un signo lingüístico es más que su concepto explícito; incluye las vivencias que el hablante vincula con el signo dado. Lo cual podría ser "adecuado" en un grado no se necesita adecuado en otro grado.

- ***División***

Dos personas en diferentes niveles no tienen la posibilidad de entenderse entre sí. El maestro habla un lenguaje distinto al alumno en un grado inferior. Van Hiele pensó que esta propiedad era una de las primordiales causas del fracaso en geometría.

- ***Logro***

El proceso de aprendizaje que nos guía a la comprensión absoluta en el siguiente grado tiene 5 etapas: información, guía, orientación, descripción, orientación independiente, unión, que alrededor de no son específicamente secuenciales.

**Nivel de pensamiento geométrico de van hiele y aprendizaje basado en fases**

En el ámbito de la geometría, el modelo mejor y mejor determinado para los niveles de pensamiento de los alumnos se fundamenta en el modelo de Van Hiele. Los niveles son



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

visualización, estudio, conclusión informal, deducción formal y rigor. El primer grado de visualización del entendimiento del grado de pensamiento de Van Hiele. En este grado, los alumnos tienen la posibilidad de reconocer maneras geométricas. El segundo grado del modelo se sabe cómo grado de estudio donde los alumnos tienen la posibilidad de detectar características de ciertas maneras. El tercer grado en el modelo es la deducción informal donde los alumnos tienen la posibilidad de entender la interacción entre maneras y generar las interrelaciones (Abdullah & Zakaria, 2013).

**Teoría del desarrollo de Piaget**

(Eduardo & Gualdrón, 2019) confirma que Piaget contribuyó de forma fundamental a la psicología empírico con su criterio genético, el cual lo llevó a aprender el desarrollo de las funcionalidades cognitivas, o sea, esas que dan un entendimiento de todo el mundo externo. Piaget creó el desarrollo cognitivo del sujeto como un desarrollo sistemático hacia el logro de una habituación inteligente al ámbito, que se muestra por un equilibrio más completo.

Asegura, además, que algunas de las nociones más fértiles introducidas por Piaget son la asimilación y el confort, íntimamente relacionadas con los conflictos cognitivos que se muestran en las etapas de transición entre una etapa dada y la siguiente.

De acuerdo con (Sierra, Enrique, Chávez, Leticia, & Victoria, 2009), Piaget es el primero que presentó el término de niveles de aprendizaje y sustentó que el paso de un grado a otro del entendimiento se daba por cambios biológicos, además de que el grado siguiente era congénito cuando los alumnos se percataban de este. Asimismo, confirma que Piaget explicaba el desarrollo del sujeto por medio de 4 niveles de desarrollo: sensomotor (0-2 años), preoperacional (2-7 años), operaciones específicas (7-11 años) y operaciones formales (11años en adelante). Piaget, conforme el creador, confirma que el lenguaje no posee mucho que ver con el desarrollo cognitivo generalmente.

Las ocupaciones de instrucción de geometría tienen la posibilidad de desarrollar una vez que poseen la posibilidad de relacionar su entendimiento del contenido de geometría y los niveles de pensamiento geométrico de los alumnos con las ocupaciones de instrucción como lo indica la teoría de van Hiele. Esta suposición guio el diseño y la utilización de algunas ocupaciones en relación para impactar el razonamiento de geometría de los competidores (Yi, Flores, & Wang,



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

2020). Por consiguiente, tener los conocimientos y capacidades adecuados en geometría es elemental para que los alumnos se preparen para la enseñanza preeminente y carreras futuras y enriquezcan su historia personal y profesional en un mundo globalizado y competitivo (Russell, 2020).

El aprendizaje de la geometría en las matemáticas estudiantiles se dedica primordialmente a la geometría plana, analizada tanto sintética como analíticamente. Desarrollar una comprensión fuerte de la geometría es sustancial en sí mismo y para entender varias definiciones en otros dominios de las matemáticas. Auxilia al desarrollo de una manera de pensar que posibilita a los individuos entender las construcciones de los objetos o espacios de forma positiva (Yao, 2020).

**Pitágoras y van Hiele: una posibilidad de conexión**

Una vez que se trata el conocimiento de la geometría en las escuelas, varios educadores de matemáticas relacionan el desarrollo del pensamiento con un exitoso modelo de aprendizaje denominado modelo de van Hiele del pensamiento geométrico que ha sido postulado por primera ocasión por Dina van Hiele-Geldof y Pierre van Hiele. Identifican cinco niveles diferentes de pensamiento en los cuales un alumno debería progresar secuencialmente de un grado de pensamiento al siguiente sin saltarse ningún grado (Abu, Ali, & Hock, 2012).

El Teorema de Pitágoras es una de las materias primordiales a intentar en el colegio Elemental y, de modo que, debería tener una particular atención enfoque en los cursos de formación de maestros de Matemáticas. Según nuestra vivencia como profesor en diferentes niveles educativos, no hay una generalización del teorema, lo cual deja a los alumnos con una concepción exclusiva de cómo se muestra y aplica a diferentes posiciones, como se prueba en la averiguación aquí presentada (Leivas, 2012).

**Teorema de Pitágoras**

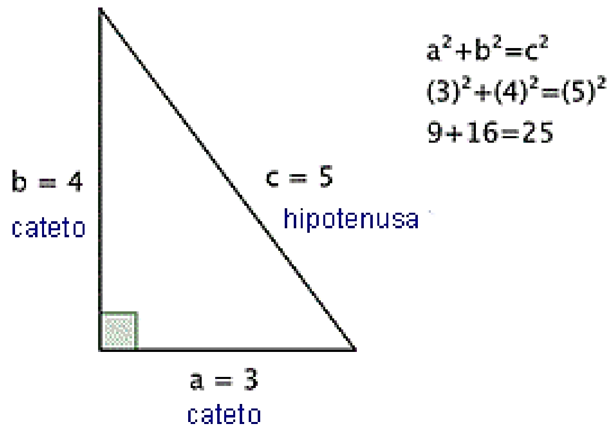
El teorema de Pitágoras pertenece a los teoremas más viejos de la historia, uno de los principales teoremas de las matemáticas; al respecto (González, Urbaneja; Miguel, 2008) señalan que: “el Teorema de Pitágoras surge por doquier en la Matemática. Es la base de muchedumbre de teoremas geométricos, de los estudios sobre polígonos y poliedros, de la Geometría Analítica y de la Trigonometría”.



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

Pitágoras analizó los triángulos rectángulos, y las interacciones entre los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo, previo a derivar su teoría. (Barreto García, 2008) apunta que, cuando observar la ecuación, puedes visualizar esto como “la longitud del lado a multiplicada por sí misma, más la longitud del lado b multiplicada por sí misma es igual a la longitud de c multiplicada por sí misma.”

**Gràfico 1:** Tratemos de el Teorema de Pitágoras con un triángulo:

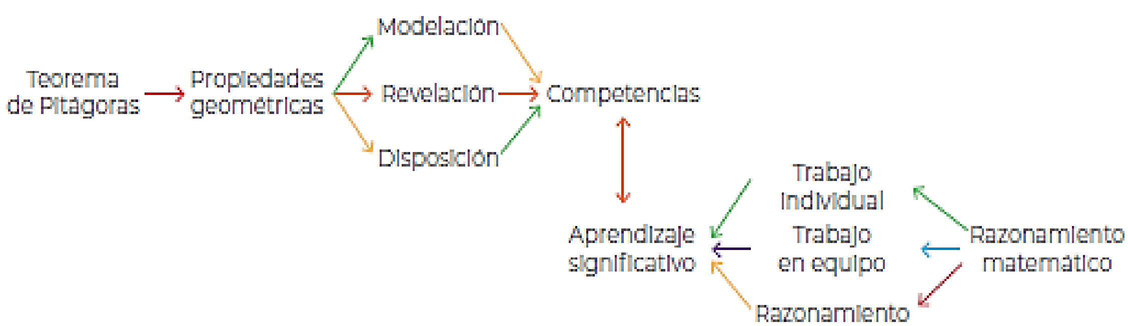



**Fuente:** montereyinstitute.org

## Categorización

### Triangulación de métodos.

Dada la complementación del enfoque de competencias en el campo educativo, la versatilidad de sus aparatos constituye un insumo pedagógico preciado para el alumno; no obstante, para examinar la información, la complementariedad la aporta la triangulación de procedimientos. Esto da diferentes visiones de aproximación a la valoración de la problemática.




**Fuente:** (Ávila, Moreno, Zelaida, 2019)



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

La triangulación de procedimientos necesita una visión conjunta que incluye, además de la prueba diagnóstica original y la prueba final, los formularios o siete (7) guías orientadas por el Icfes acorde al enfoque de competencias promovido por el Ministerio de Educación Nacional, así como el registro del diario pedagógico que "contrasta los hallazgos, resultados y definiciones que se hubiesen obtenido por medio de la observación participante" (Sandoval Casilimas, 2002).

| CATEGORÍA | SUBCATEGORÍAS | DESCRIPTORES DE APRENDIZAJE |
|---|---|---|
| TEOREMA DE PITÁGORAS | PROPIEDADES GEOMÉTRICAS | Identifica los diferentes tipos de triángulos, sus características y propiedades. |
| | | Reconoce los criterios de congruencia de triángulos. |
| | | Identifica los diferentes elementos de un triángulo rectángulo. |
| COMPETENCIA RAZONAMIENTO MATEMÁTICO | MODELACIÓN DEL TEOREMA | Construye triángulos para modelar situaciones problemas. |
| | | Construye modelos de representación de la demostración del teorema de Pitágoras a través de material concreto. |
| | RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS | Aplica los criterios de congruencia de triángulos para resolver situaciones. |
| | | Resuelve problemas cotidianos utilizando el teorema de Pitágoras. |
| APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO | TRABAJO INDIVIDUAL | Aplicación independiente de la actividad. |
| | TRABAJO EN EQUIPO | Comunicación y colaboración entre pares. |
| | | Apoyo al grupo de trabajo. |
| | RAZONAMIENTO MATEMÁTICO | Explica. |
| | | Resuelve. |
| | | Recuerda. |
| | | Comprende. |

**Fuente:** (Ávila, Moreno, Zelaida, 2019)

## Visualización y representación de Van Hiele: lo que dice la literatura

La geometría ha tenido transformaciones en su aspecto estructural, en su educación e inclusive en la construcción de algunas geometrías. El mismo Kant, en su creación La Crítica de el motivo pura, hacia 1780, según (Mlodinow, 2001) se manifestó de esta forma: Al advertir de que los geómetras de la era apelaban al sentido común y las figuras gráficas en sus evidencias, creyó que se debía desentenderse de la pretensión de rigor y adoptar la intuición. Gauss adoptó una postura opuesta: el rigor era primordial y la mayor parte de los matemáticos eran incompetentes.

Los puntos de la imaginación, la intuición y la visualización permanecen estrechamente vinculados y conforman, en la actualidad, recursos que tienen la posibilidad de ayudar a una enseñanza geométrica y un mejor funcionamiento en las geometrías, según nuestra forma de asimilar la Geometría hoy y en el futuro. Al respecto, (Arcavi, 1999) confirma: Otro papel de la visión en otro entorno simbólico es que la solución óptica a un problema puede permitirnos observar, que es estar relacionados con conceptos y significados que podría ser de forma fácil eludido por la solución simbólica del dilema.

El concepto en cuanto a la visualización en matemáticas es discutido por (Jones & Bills, 1998), indicando que podría ser de la mente o físico, y la imaginación, que podría ser pictórica. El creador vincula la imaginación y la percepción, la creatividad y la memoria, la naturaleza de las imágenes dinámicas y la relación entre la imaginación y el desarrollo abstracto. Por consiguiente, creemos que las ocupaciones que desarrollan maneras de la representación geométrica del Teorema de Pitágoras pueden ayudar a tal proceso racional formal que, de acuerdo con la teoría de van Hiele, pertenece a los niveles más modernos de desarrollo de la mente en Geometría.

Para dichos autores, es el carácter mixto entre ciertas perspicacias figurativas, esas que se vinculan con las formas de la geometría, lo cual va más allá de la percepción pura e implica la traducción de percepciones y desplazamiento táctil en imágenes visuales. Además, para ellos, el cambio de la visión de las maneras a su representación evoluciona y tiene cambios notables en las nuevas generaciones.

El Modelo de Van Hiele ha tenido una difusión subjetivamente presente en el planeta occidental si nos ponemos a ver la fecha de las primeras publicaciones de los Van Hiele. En la Alianza Soviética se supo bastante rápido del Modelo de Van Hiele y se tomó como base para el croquis de un nuevo currículum de matemáticas adaptado en la primera mitad de la década de 1960. Además, se usó el Modelo de Van Hiele en Holanda en el plan Wiskobas de avance curricular, que se inició a desarrollar en 1971 (Pastor Jaime, 1993).

El aprendizaje de la geometría como asignatura dio sitio a muchas teorías que algunas veces se secundan o se oponen entre sí. Este artículo revisará 3 teorías sobre el asunto del aprendizaje de la geometría y discutirá las capacidades de los estudiantes: la teoría de Piaget, la teoría de Van Hiele y el enfoque de comunicación sociocultural de Vygotsky. Después revisará el asunto de las tácticas de educación concentrándose en el enfoque de la Educación Mediada y el discurso profesor-alumno (Kivkovich, 2015).



Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

## Conclusiones

El estudio de asignaturas de razonamiento lógico matemático como la geometría le permiten al individuo la posibilidad de influenciar su futuro y el de la sociedad; mientras más conocimiento geométrico tenga la sociedad, mayores serán sus probabilidades de desarrollo; las habilidades que se enseñan en esta disciplina se aplican en asignaturas como las matemáticas, pero también son de utilidad en la vida del individuo.

El Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele facilita la oportunidad de reconocer las diferentes formas de razonamiento geométrico, al igual que las modelos a seguir con la finalidad de alcanzar niveles más altos de razonamiento. El docente que utiliza este modelo deberá hacer una previa evaluación con la finalidad de identificar el nivel del alumno para poder describir los avances en el razonamiento geométrico luego de haber implementado la clase.

Un tema crucial para pasar de un nivel a otro es el lenguaje, por lo que se deberán establecer las actividades para que el alumno comunique sus opiniones matemáticas, esto le permitirá educarse de sus errores e ir mejorando en el uso del lenguaje matemático.

## Referencias


1. Abdullah, A. H., & Zakaria, E. (2013). The Effects of Van Hiele's Phases of Learning Geometry on Students' Degree of Acquisition of Van Hiele Levels. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 102(Ifee 2012), 251–266. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.740
2. Abu, M. S., Ali, M. B., & Hock, T. T. (2012). Assisting Primary School Children to Progress through Their van Hiele's Levels of Geometry Thinking using Google SketchUp. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 64, 75–84. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.11.010
3. Aravena Díaz, M., & Caamaño Espinoza, C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la región del Maule. Talca, Chile. Revista Latinoamericana de Investigacion En Matematica Educativa, 16(2), 139–178. https://doi.org/10.12802/relime.13.1621
4. Araya, Gamboa, R., & Vargas, G. V. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Uniciencia, 27(1), 74–94.

5. Arcavi, A. (1999). The role of visual representations in the learning of mathematics. ANNUAL MEETING OF THE NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 21(1), 55–80. Retrieved from http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=000131&pid=S1516-73132012000300010000001&lng=en
6. Ávila, Moreno, Zelaida, M. (2019). El Teorema De Pitágoras En El Marco Del Modelo De Van Hiele: Propuesta Didáctica Para El Desarrollo De Competencias En Razonamiento Matemático En Estudiantes De Noveno Grado De La Institución Educativa Anna Vitiello. Zona Próxima, 1(30), 33–62.
7. Barreto García, J. C. (2008). Deducciones del Teorema de Pitágoras a lo largo de la historia como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Números: Revista de Didáctica de Las Matemáticas, 69(1), 1–11. Retrieved from https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2986652%0Ahttp://www.sinewton.org/numeros/index.php?option=com_content&view=article&id=46:volumen-69-febrero-2008&catid=35:sumarios-webs&Itemid=60
8. Beltrametti, M. C., -Esquivel, M. L., & -Ferrari, E. E. (2005). Evolución de niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes del profesorado en matemática. Comunicaciones Científicas y Tecnológicas, 4–7.
9. Blanco Nieto, L., & Barrantes López, M. (2003). Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa, 6(2), 107–132.
10. Castiblanco, Paiba, Ana, Celia; Urquina, Llanos; Camargo, Uribe, L. (2004). Tecnologías Computacionales Pensamiento Geométrico y. Ministerio de Educación Nacional Dirección de Calidad de La Educación Preescolar, Básica y Media., 7(4), 9–40.
11. Charris, J. (2003). El metodo socrático y el modelo de Van Hiele. Lecturas Matemáticas, 24(1), 99–121.
12. Eduardo, W., & Gualdrón, C. (2019). La entrevista socrática como medio para detectar el nivel de comprensión del concepto de parábola como lugar geométrico , en el marco




Pol. Con. (Edición núm. 56) Vol. 6, No 3, Marzo 2021, pp. 2261-2278, ISSN: 2550 - 682X

del modelo de van Hiele. In Conferencia Interamericana de educación matemática (pp. 1–8).

13. Fouz, Fernando; de Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Un Paseo Por La Geometría, 2, 67–82.
14. González, Urbaneja; Miguel, P. (2008). El teorema llamado de Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. Sigma, 32(1), 103–130.
15. Haviger, J., & Vojkůvková, I. (2015). The van Hiele Levels at Czech Secondary Schools. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 171, 912–918. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.209
16. Jaime, A. (1998). ¿Por qué los estudiantes no comprenden la geometría? Geometría y algunos aspectos generales de la Educación Matemática (1st ed.). Bogota. Retrieved from http://funes.uniandes.edu.co/674/1/Gutierrez1998Geometria.pdf
17. Jones, K., & Bills, C. (1998). Visualisation, imagery, and the development of geometrical reasoning. Proceeding of the British for Research into Learning Mathematics, 18(1–2), 123–128. Retrieved from http://eprints.soton.ac.uk/41306/
18. Kivkovich, N. (2015). A Tool for Solving Geometric Problems Using Mediated Mathematical Discourse (for Teachers and Pupils). Procedia - Social and Behavioral Sciences, 209(July), 519–525. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.11.282
19. Leivas, J. C. P. (2012). Pitágoras e van Hiele: uma possibilidade de conexão. Ciência & Educação (Bauru), 18(3), 643–655. https://doi.org/10.1590/s1516-73132012000300010
20. Maiti, & Bidinger. (1981). Geometría: conceptos y construcciones elementales. Journal of Chemical Information and Modeling, 53(9), 1689–1699.
21. Marín, A., & Lupiáñez, J. L. (2005). Principios y estándares para la educación matemática: una visión de las matemáticas escolares. National Council of Teachers of Mathematics, 48(1), 105–110. Retrieved from http://funes.uniandes.edu.co/1757/
22. Mlodinow, L. (2001). The Story of Geometry from Parallel Lines to Hyperspace. Euclid’s Window, 1(1), 53–95.
23. Pastor Jaime, A. (1993). APORTACIONES A LA INTERPRETACIÓN Y APLICACIÓN DEL MODELO DE VAN HIELE : LA DE LAS ISOMETRÍAS DEL PLANO .LA EVALUACIÓN DEL NIVEL DE RAZONAMIENTO. Universitat de Valéncia, 17(1), 29–39. Retrieved from https://core.ac.uk/download/pdf/71029372.pdf

24. Quimentão, A., Corio, R., & Carneiro, M. (2019). Ideias de Van Hiele e Educação Matemática Realística: algumas aproximações. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 33(65), 1533–1548.
25. Russell, D. (2020). What is Geometry? Science, Tech, Math, 1(1), 1–5. Retrieved from https://www.thoughtco.com/what-is-geometry-2312332
26. Sandoval Casilimas, C. (2002). Investigación cualitativa. Programa de Especializacion En Teoría, Metodos y Técnicas de Investigación Social, 13(6), 255–313. https://doi.org/10.2307/j.ctv1cfthrh.8
27. Sierra, G., Enrique, C., Chávez, H., Leticia, E., & Victoria, C. (2009). Piaget Epistemologia de la Investigacion. Revista Internacional De Ciencias Socialles Y Humanidades, Sociotam, XIX(1), 27–50. Retrieved from file:///C:/Users/toshiba/Downloads/LA EPISTEMOLOGÍA DE JEAN PIAGET EN EL CONTEXTO DE LA FILOSOFÍA CONTEMPORÁNEA.pdf
28. Vargas, G. V., & Araya, R. G. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA THE VAN HIELE MODEL AND THE TEACHING OF THE GEOMETRY Gilberto Vargas Vargas Colegio Técnico Profesional de Puriscal Puriscal , Costa Rica Ronny Gamboa Araya Escuela de Matemática Universidad Nacional (. Uniciencia, 27(1), 74–94.
29. Yao, X. (2020). Unpacking learner’s growth in geometric understanding when solving problems in a dynamic geometry environment: Coordinating two frames. Journal of Mathematical Behavior, 60(April), 100803. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100803
30. Yi, M., Flores, R., & Wang, J. (2020). Examining the in fl uence of van Hiele theory-based instructional activities on elementary preservice teachers ’ geometry knowledge for teaching 2-D shapes. Teaching and Teacher Education, 91, 103038. https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103038